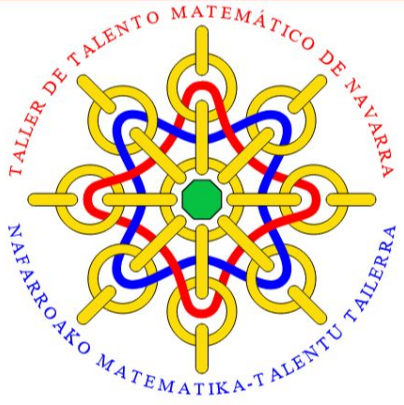




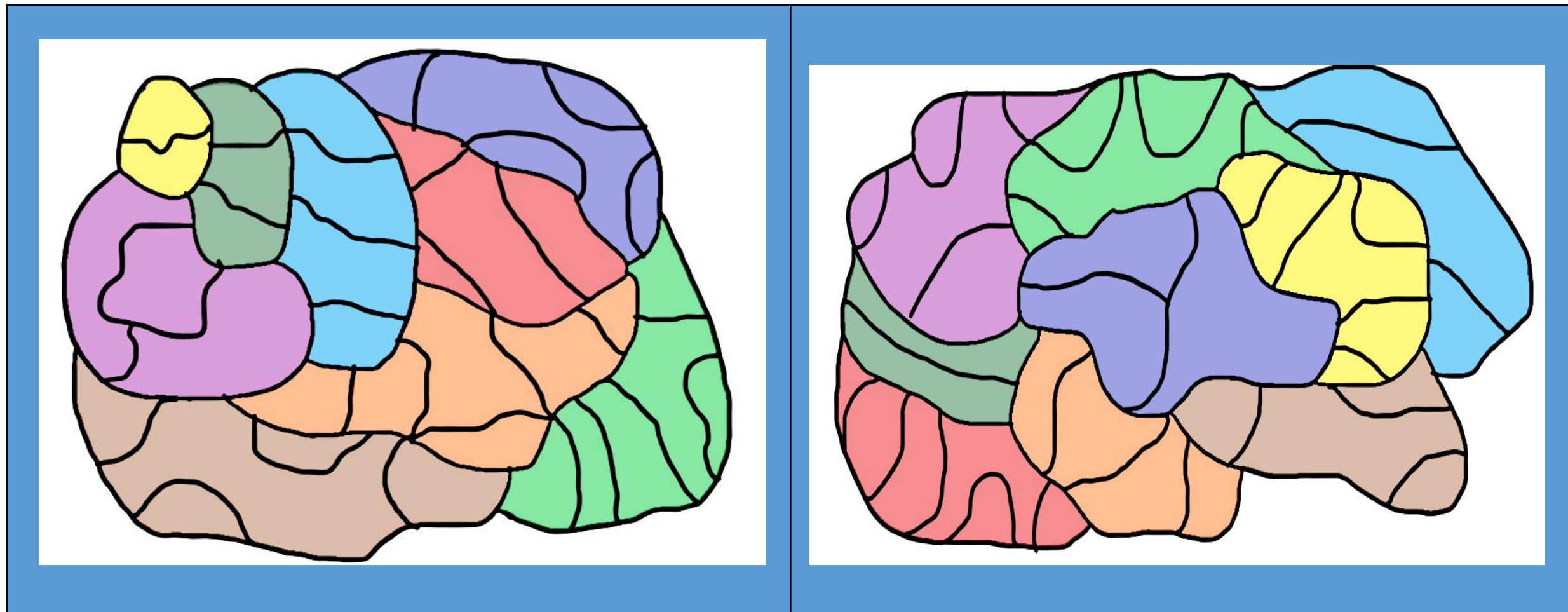
El mapa, el mapa.

Introduciendo el concepto de grafo.

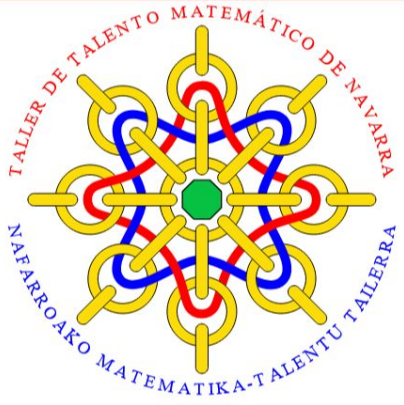
Sergio Martínez Juste



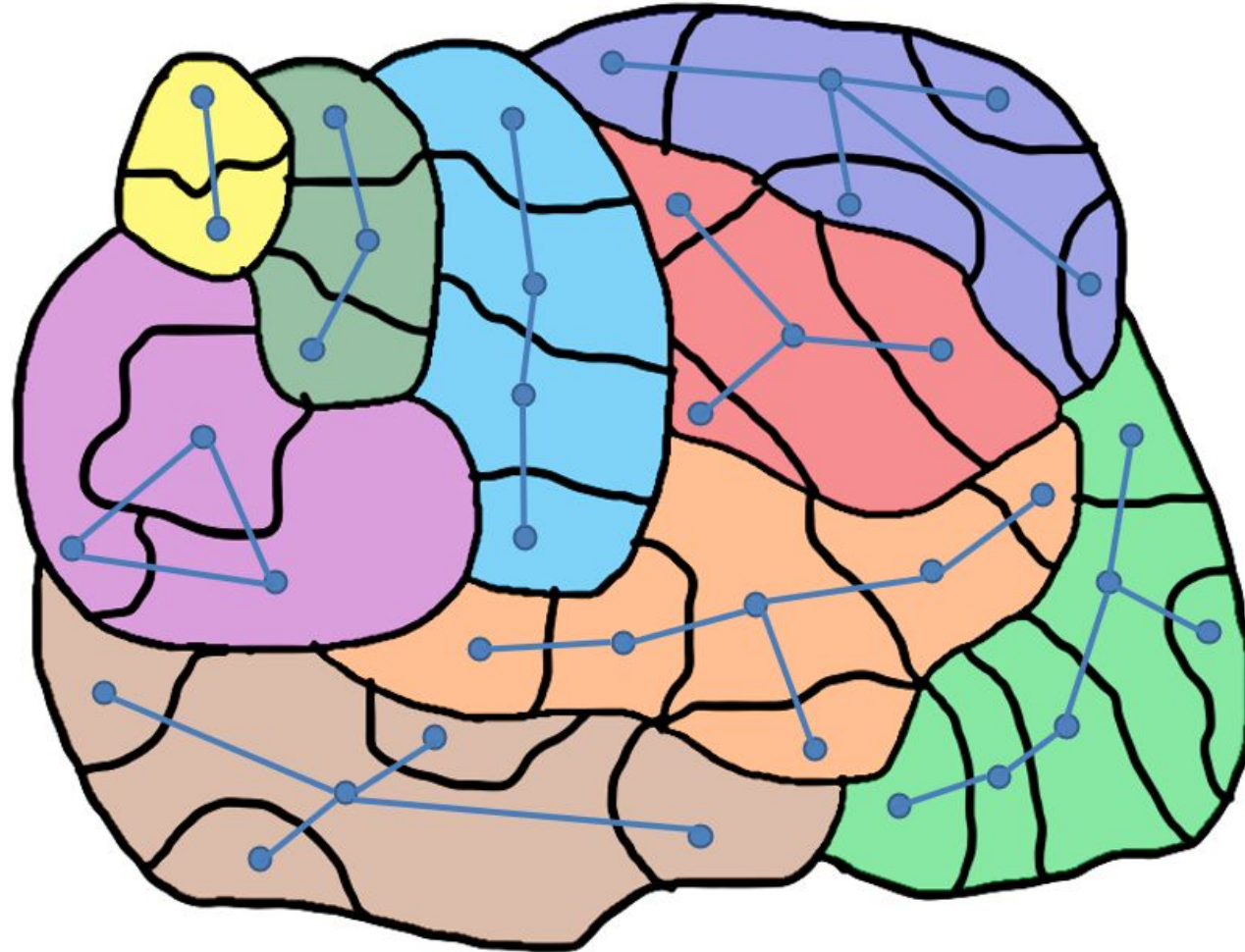
Tarea 1



Actividad extraída de la Tesis Doctoral de Lorenzo Sánchez Fabián



Tarea 1



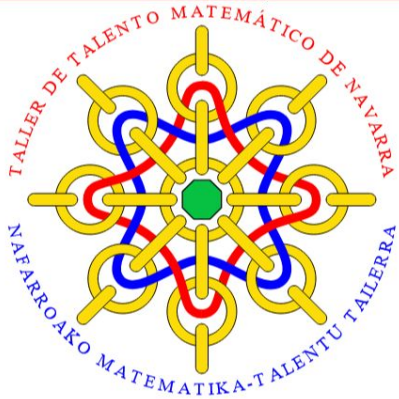
Actividad extraída de la Tesis Doctoral de Lorenzo Sánchez Fabián



Tarea 1 bis

Fijándote en las provincias que las componen y **las fronteras terrestres que hay entre cada provincia**, dibuja el grafo asociado al mapa de cada comunidad autónoma





Tarea 1 bis





Tarea 2

Texto comunidad A: *Esta comunidad está formada por 7 jóvenes, como Carmen, que ha jugado solo con Antonio, Borja y David, pero estos tres nunca han jugado ninguna partida juntos, salvo Antonio y Borja, que sí han jugado alguna vez. Elena, Fran y Gonzalo solo han jugado con Antonio, Borja y David, respectivamente.*

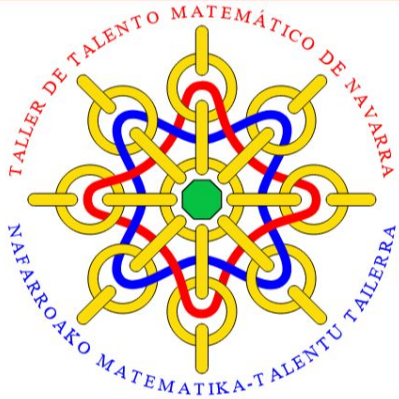
Texto comunidad B: *Esta comunidad cuenta con 7 jóvenes, como Kevin y Jano, que han jugado con Irina y también entre ellos. Héctor e Irina han jugado alguna partida, pero el primero de estos dos nunca ha jugado ni con Kevin ni con Jano. No obstante, Lola sí ha jugado alguna partida con Héctor, pero con nadie más. La comunidad también cuenta con otros dos jugadores, Nuria y Manolo, que solo han interactuado con Kevin y Jano, respectivamente.*



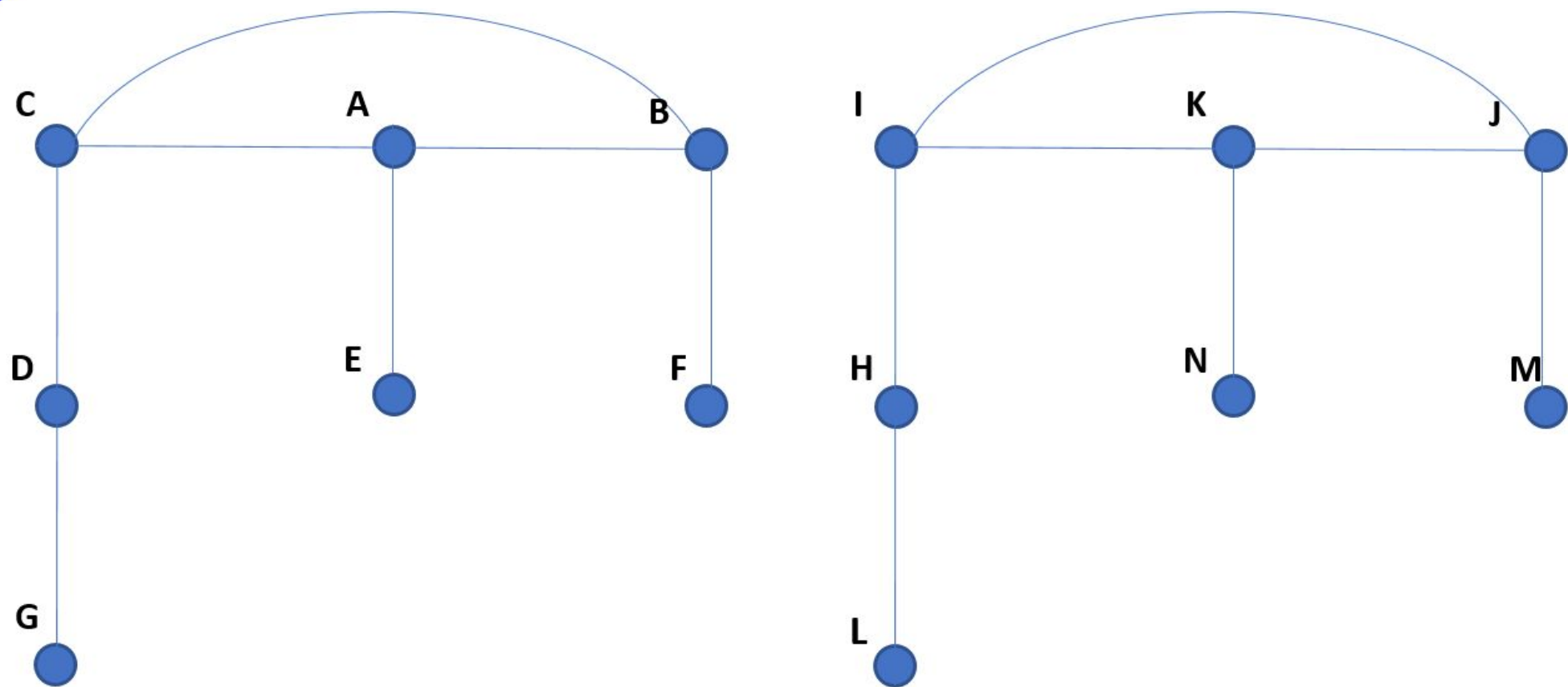
Tarea 2

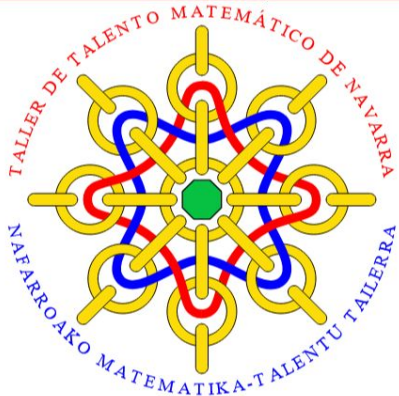
Texto comunidad A: *Esta comunidad está formada por 7 jóvenes, como Carmen, que ha jugado solo con Antonio, Borja y David, pero estos tres nunca han jugado ninguna partida juntos, salvo Antonio y Borja, que sí han jugado alguna vez. Elena, Fran y Gonzalo solo han jugado con Antonio, Borja y David, respectivamente.*

Texto comunidad B: *Esta comunidad cuenta con 7 jóvenes, como Kevin y Jano, que han jugado con Irina y también entre ellos. Héctor e Irina han jugado alguna partida, pero el primero de estos dos nunca ha jugado ni con Kevin ni con Jano. No obstante, Lola sí ha jugado alguna partida con Héctor, pero con nadie más. La comunidad también cuenta con otros dos jugadores, Nuria y Manolo, que solo han interactuado con Kevin y Jano, respectivamente.*



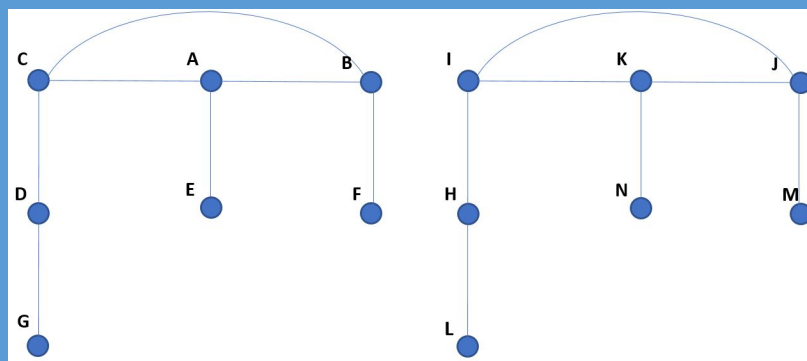
Tarea 2



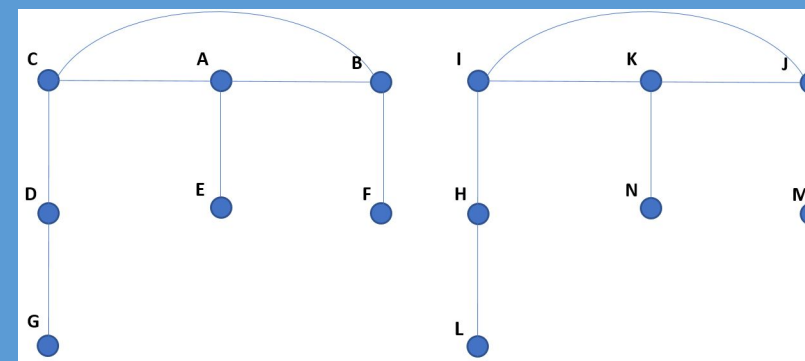


Tarea 2

Nuevo texto comunidad A: Esta comunidad está formada por 7 jóvenes, como Irina, que ha jugado solo con Kevin, Jano y Héctor, pero estos tres nunca han jugado ninguna partida juntos, salvo Kevin y Jano, que sí han jugado alguna vez. Nuria, Manolo y Lola solo han jugado con Kevin, Jano y Héctor, respectivamente.



Nuevo texto comunidad B: Esta comunidad cuenta con 7 jóvenes, como Antonio y Borja, que han jugado con Carmen y también entre ellos. David y Carmen han jugado alguna partida, pero el primero de estos dos nunca ha jugado ni con Antonio ni con Borja. No obstante, Gonzalo sí ha jugado alguna partida con David, pero con nadie más. La comunidad también cuenta con otros dos jugadores, Elena y Fran, que solo han interactuado con Antonio y Borja, respectivamente.





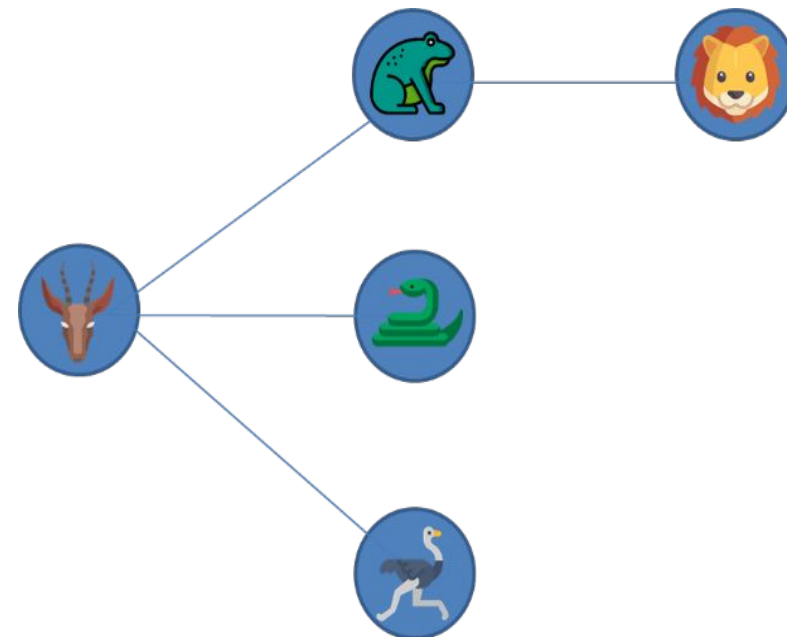
Tarea 3

ZONA CÁLIDA	Gacelas	Serpientes	Sapos	Leones	Avestruces
Gacelas					
Serpientes					
Sapos					
Leones					
Avestruces					



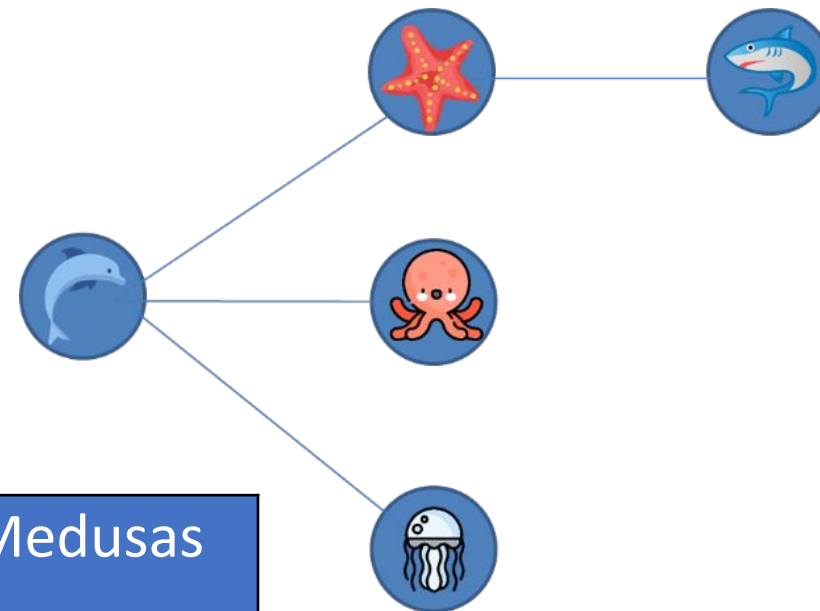
Tarea 3

ZONA CÁLIDA	Gacelas	Serpientes	Sapos	Leones	Avestruces
Gacelas		1	1	0	1
Serpientes	1		0	0	0
Sapos	1	0		1	0
Leones	0	0	1		0
Avestruces	1	0	0	0	





Tarea 3



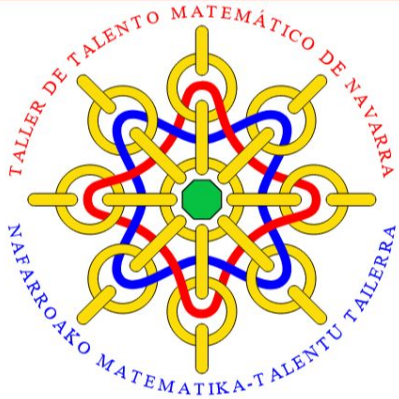
ZONA ACUÁTICA	Delfines	Pulpos	Estrella	Tiburones	Medusas
Delfines		1	1	0	1
Pulpos	1		0	0	0
Estrella	1	0		1	0
Tiburones	0	0	1		0
Medusas	1	0	0	0	



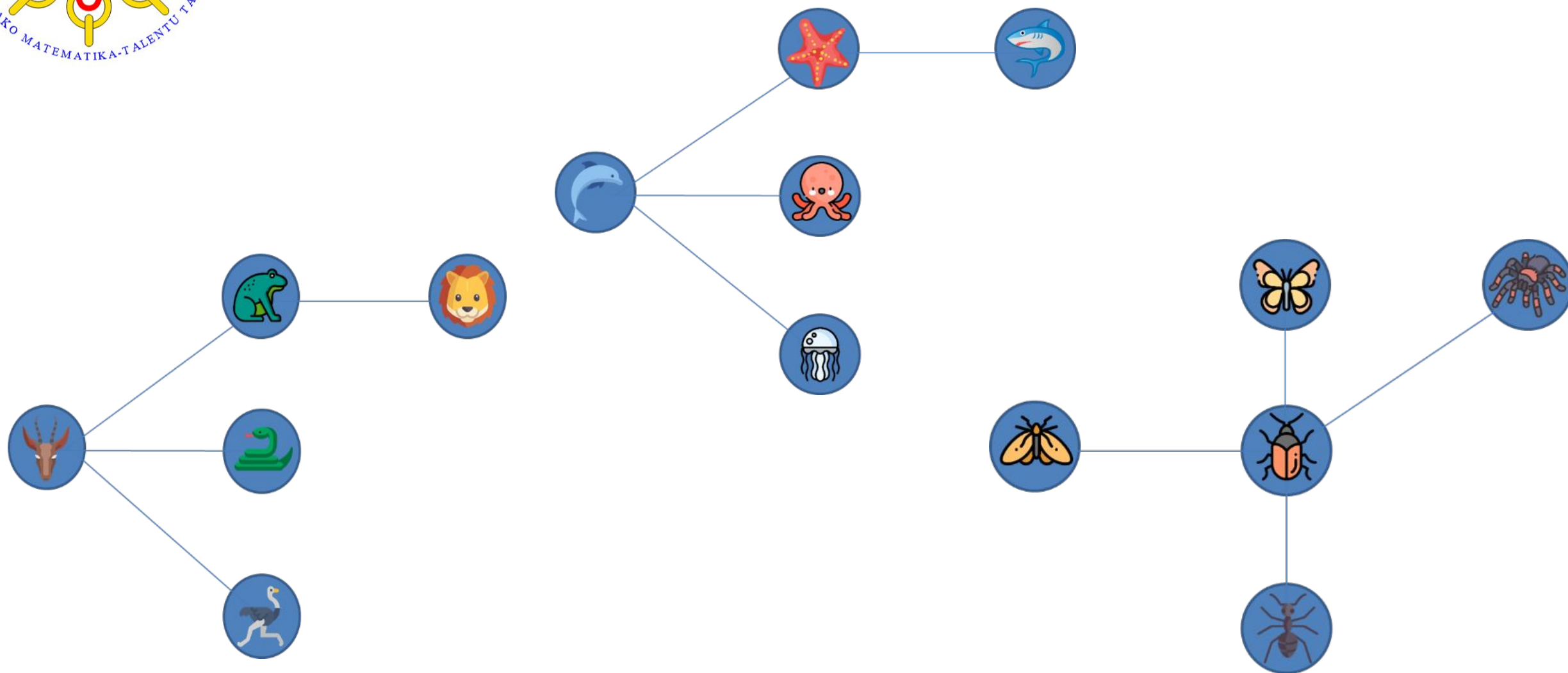
Tarea 3



ZONA INTERIOR	Polillas	Escarabajos	Mariposas	Tarántulas	Hormigas
Polillas		1	0	0	0
Escarabajos	1		1	1	1
Mariposas	0	1		0	0
Tarántulas	0	1	0		0
Hormigas	0	1	0	0	

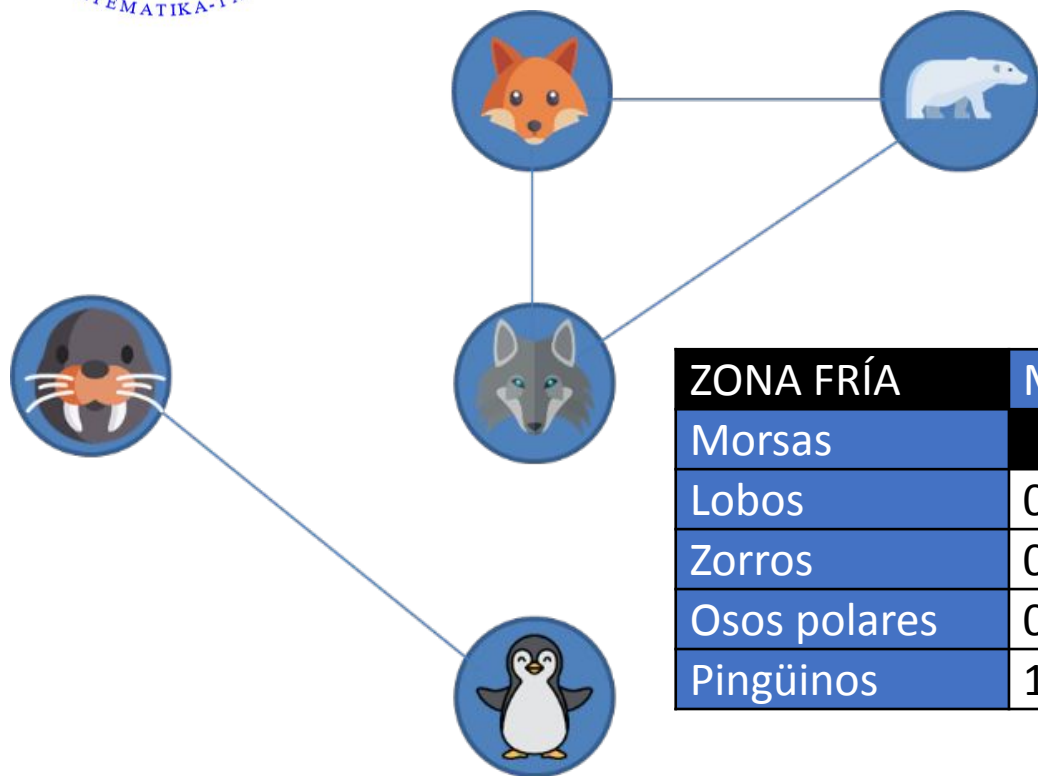


Tarea 3

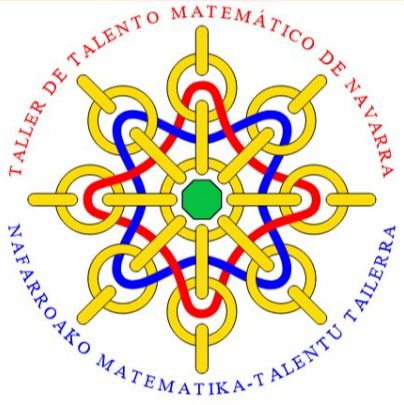




Tarea 3



ZONA FRÍA	Morsas	Lobos	Zorros	Osos polares	Pingüinos
Morsas		0	0	0	1
Lobos	0		1	1	0
Zorros	0	1		1	0
Osos polares	0	1	1		0
Pingüinos	1	0	0	0	

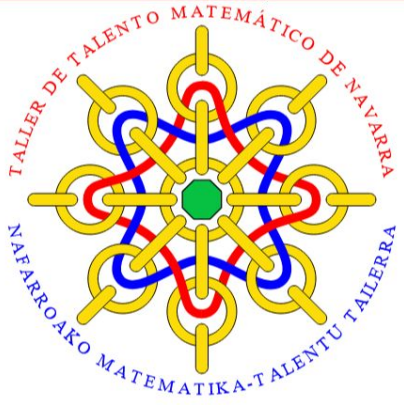


Cosicas sobre grafos

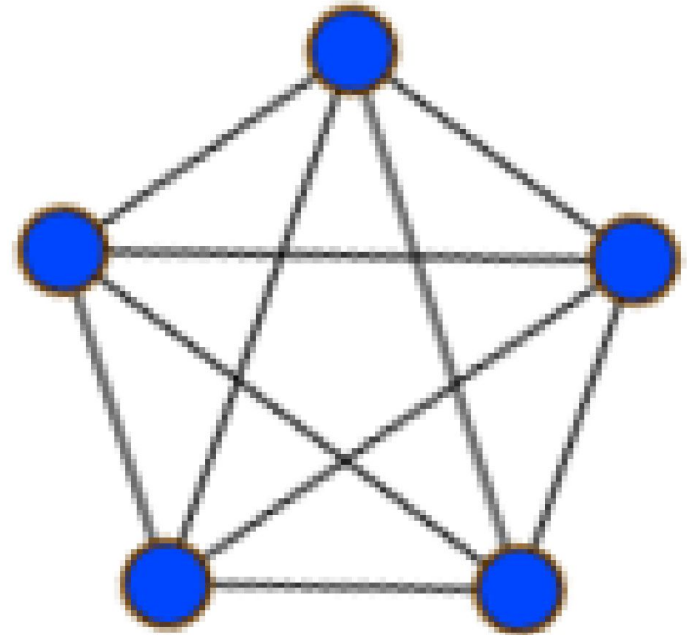
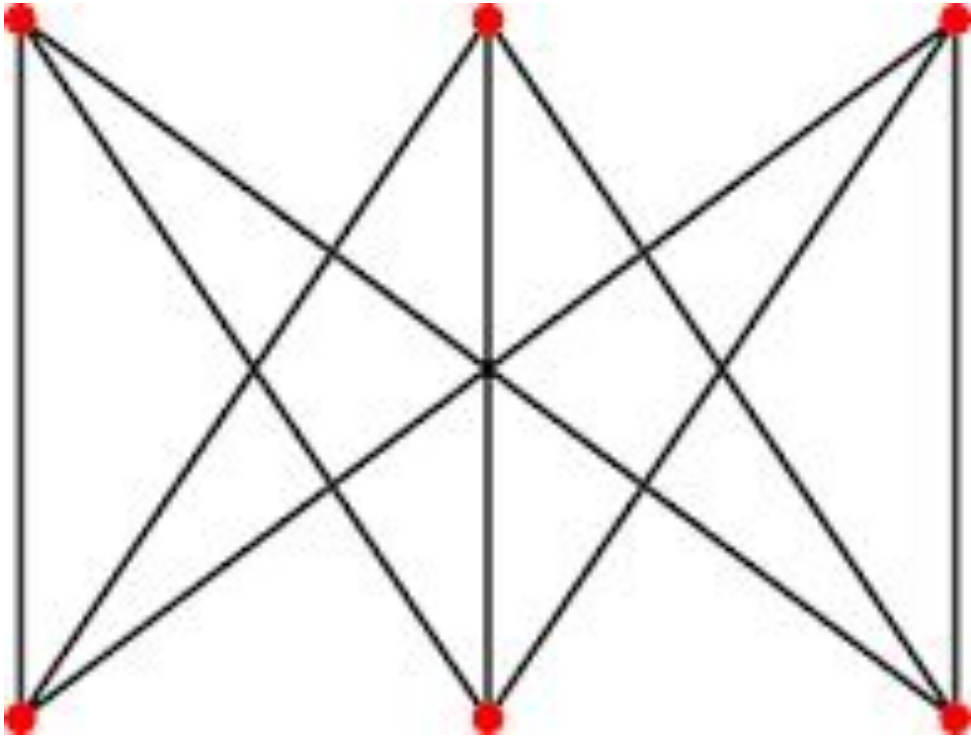


Grafos planos





Grafos planos



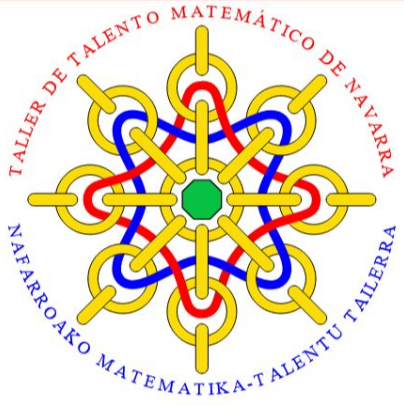


Grafos planos

Si un grafo no “esconde” un K_5 ni un $K_{3,3}$, entonces es plano.

Kazimierz Kuratowski (1930)

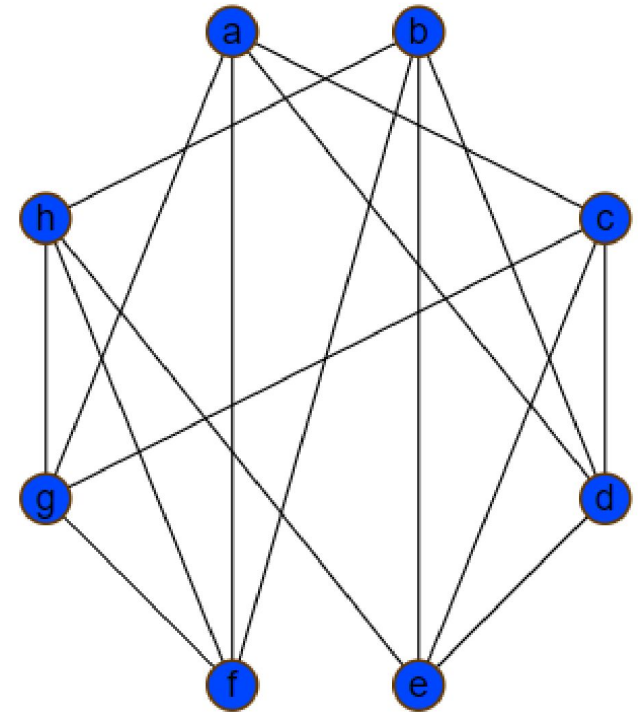
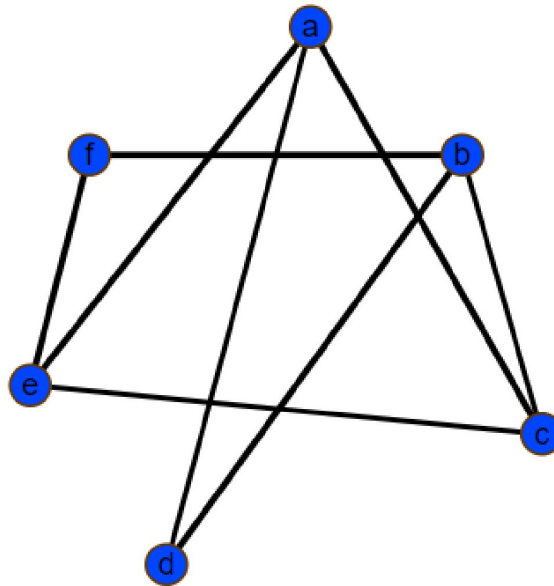




Grafos planos

¿ K_6 es plano?

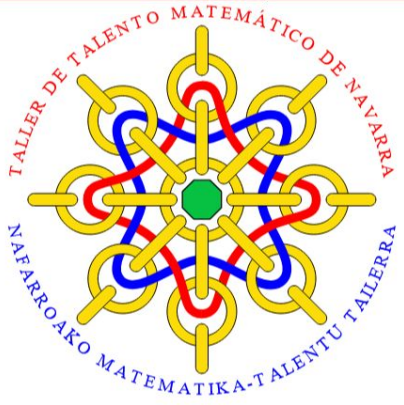
¿Son planos...?





Grafos planos

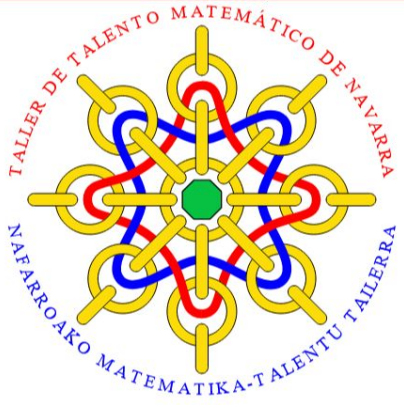
Los grafos correspondientes a mapas, son planos.



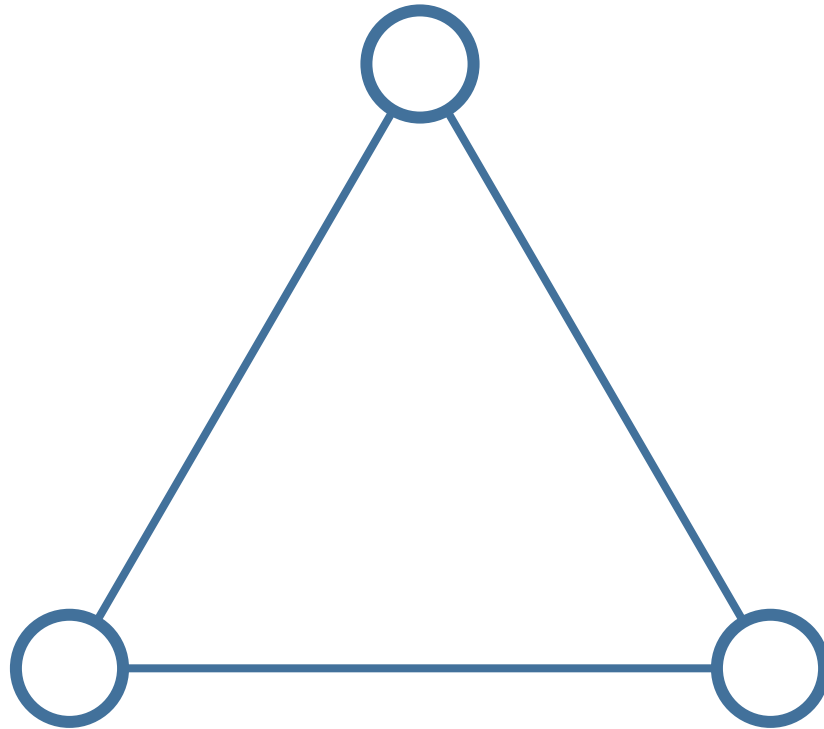
Coloración de grafos

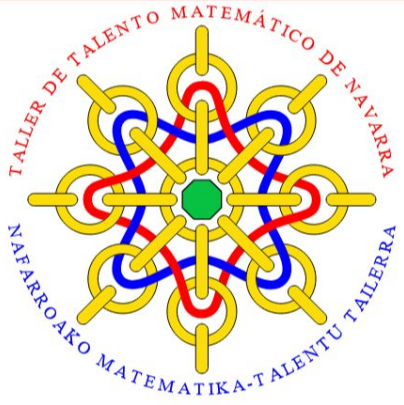


Los grafos
correspondientes a
mapas, son planos.

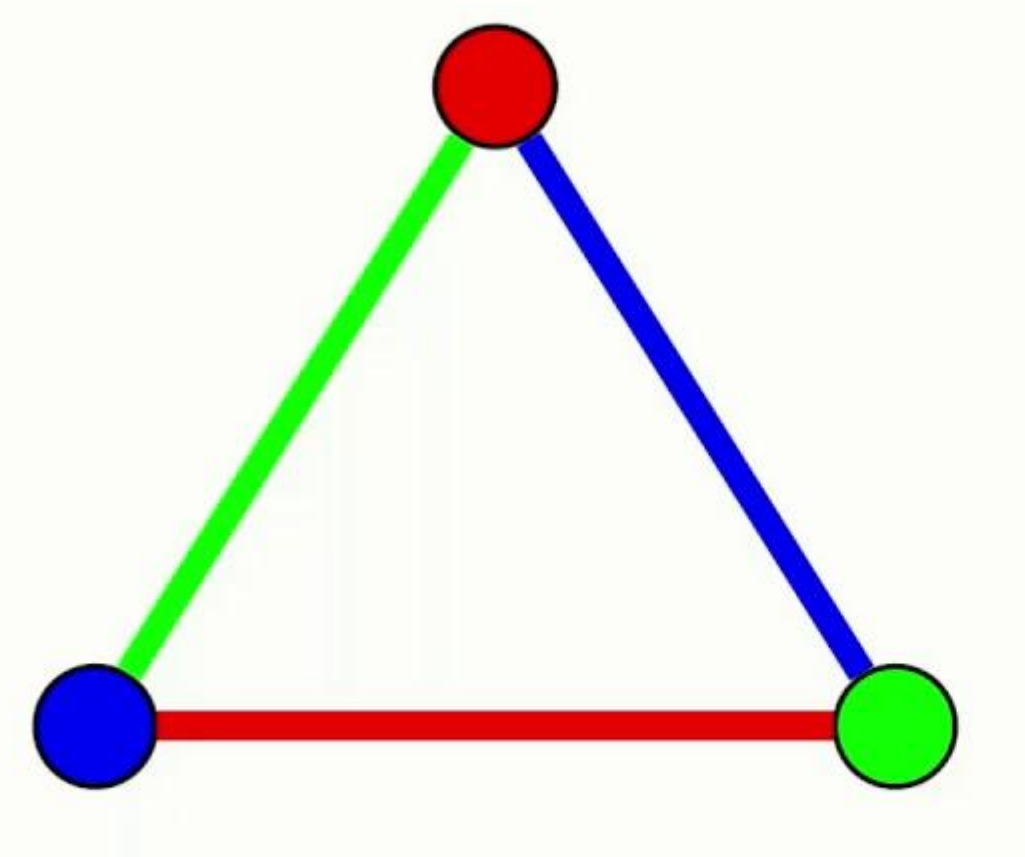


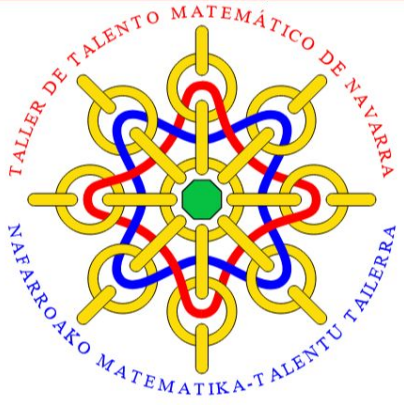
Coloración de grafos



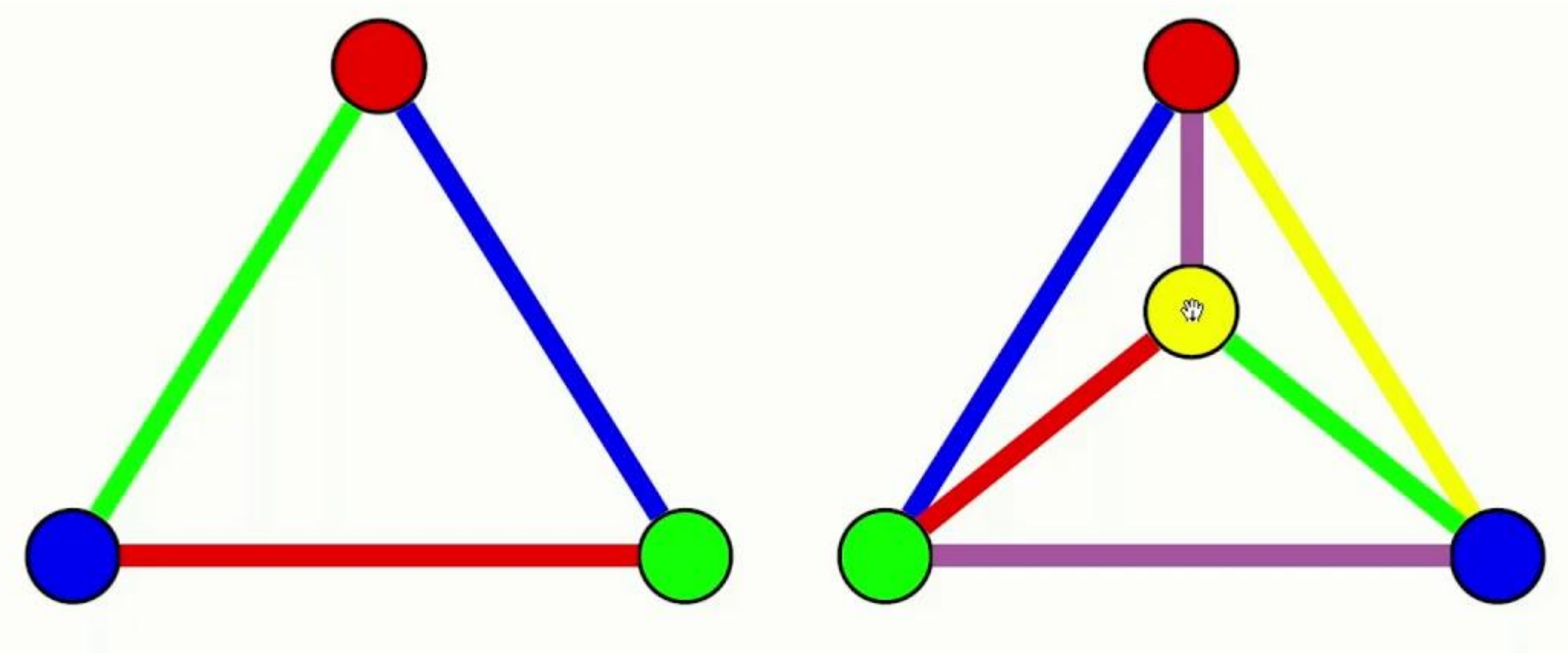


Coloración de grafos





Coloración de grafos





Coloración de grafos

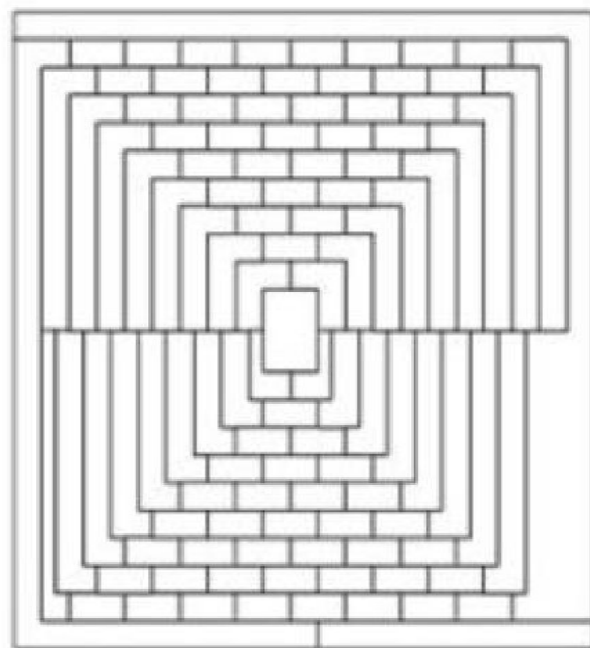
El Teorema de los 4 colores:

Todo **grafo plano** se puede colorear utilizando como máximo 4 colores de tal forma que no existen dos vértices adyacentes que tengan el mismo color.



Coloración de grafos

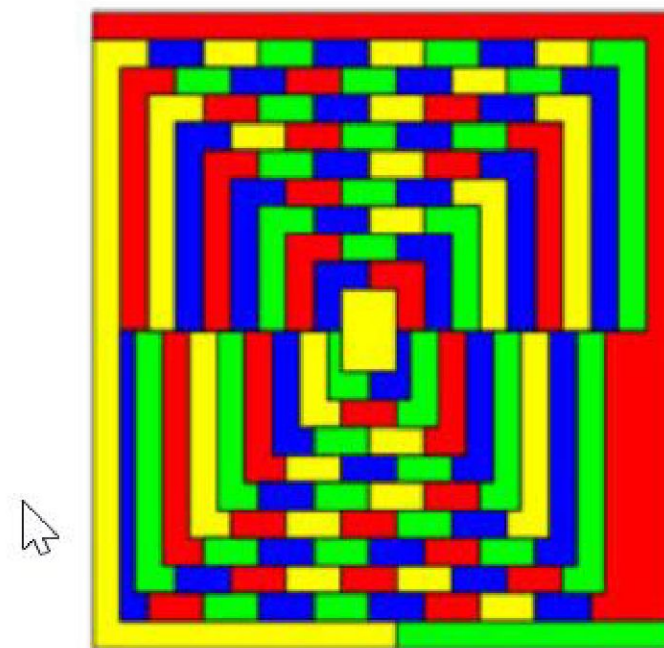
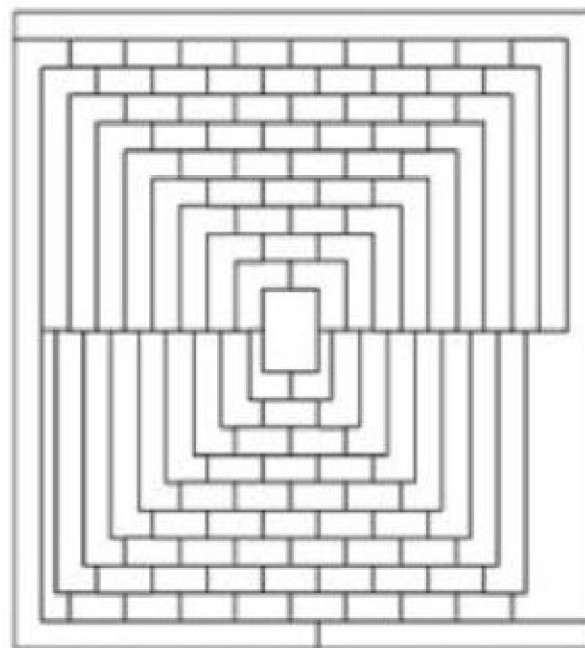
El 1 de abril de 1975, el científico Martin Gardner publicó un artículo en el que afirmaba que el siguiente mapa de 110 regiones, necesitaba al menos 5 colores, contradiciendo el Teorema de los 4 colores.

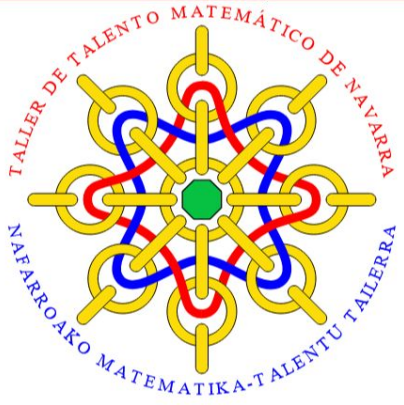




Coloración de grafos

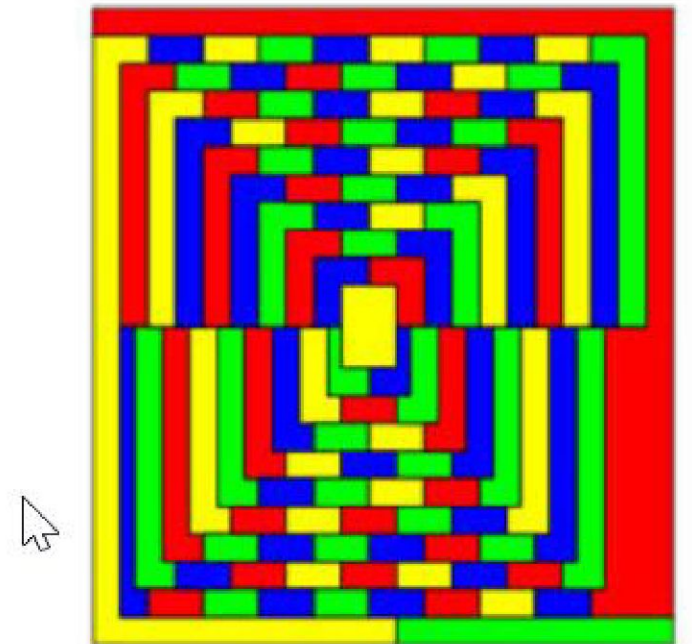
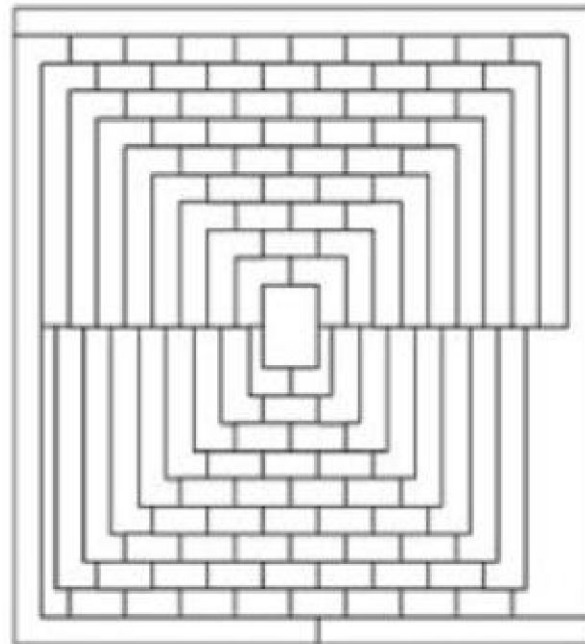
Muchos lectores le escribieron afirmando que sí era posible colorearlo con 4 colores, dándole varias soluciones.





Coloración de grafos

El 1 de abril es el día de los inocentes en Inglaterra y EEUU.

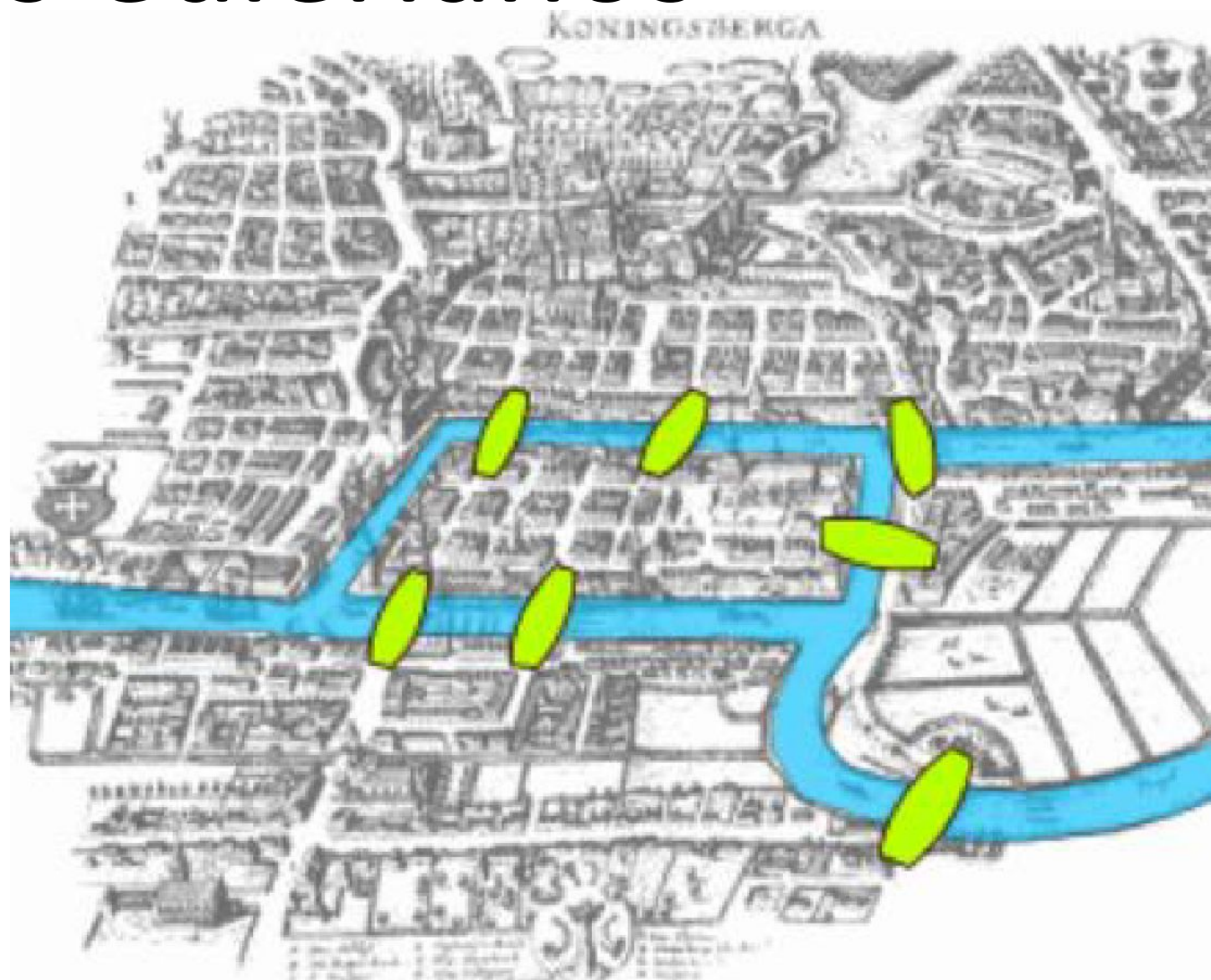


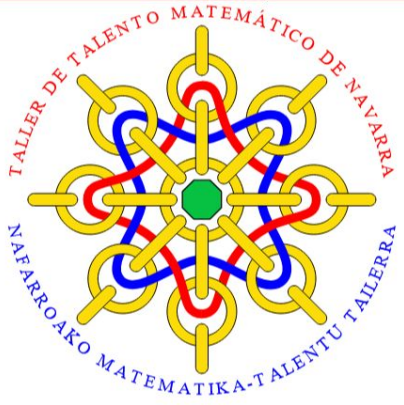


Grafos eulerianos

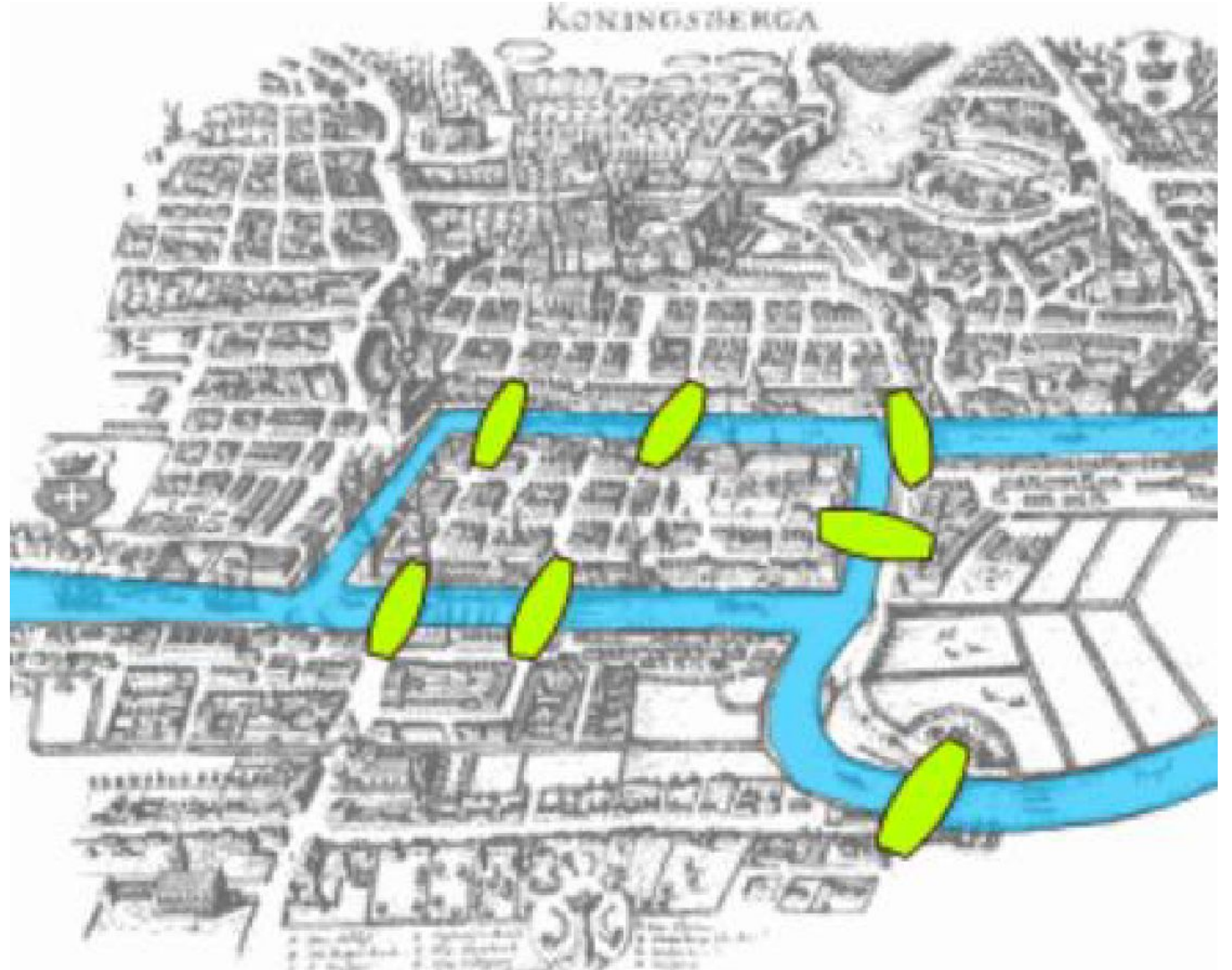
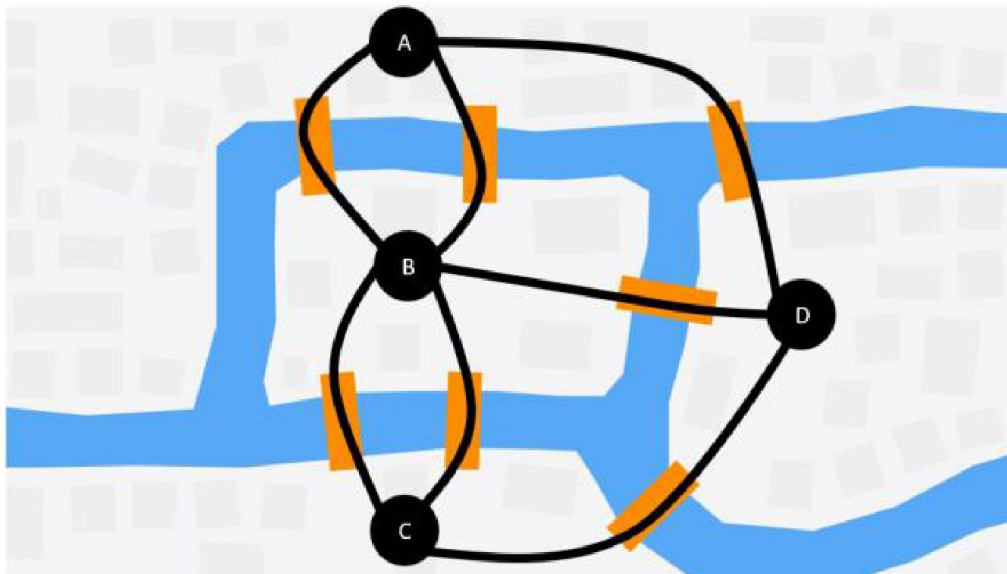
¿Se puede recorrer Koningsberg comenzando desde cualquiera de las zonas de la ciudad, pasando por todos los puentes, recorriendo solo una vez cada uno, y regresando al punto de partida?

En 1736 Leonard Euler dio la solución y esto dio origen a la teoría de grafos.





Grafos eulerianos

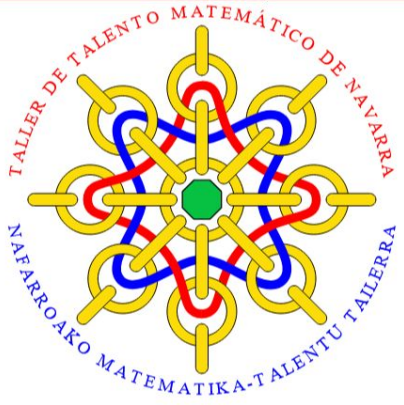




Grafos eulerianos

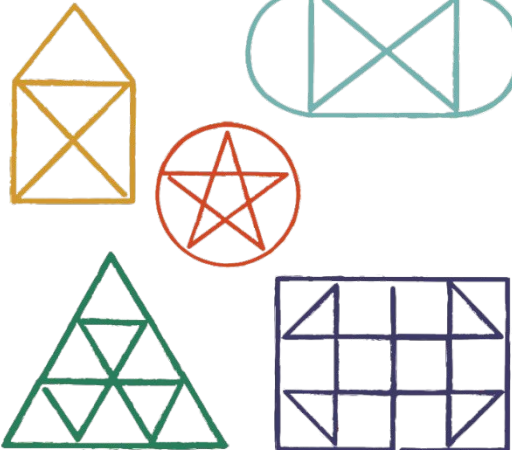
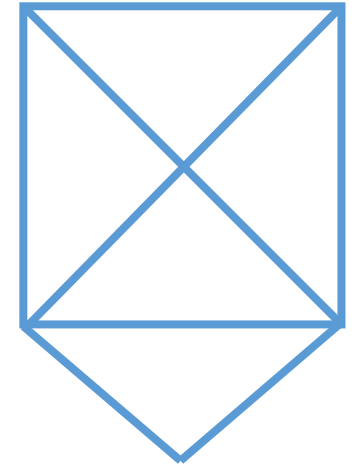
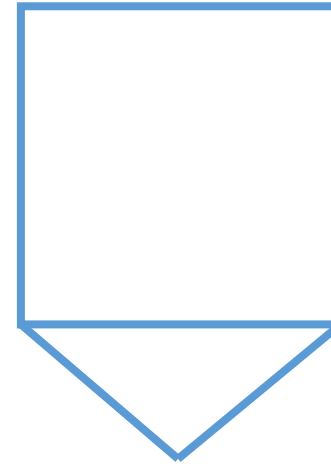
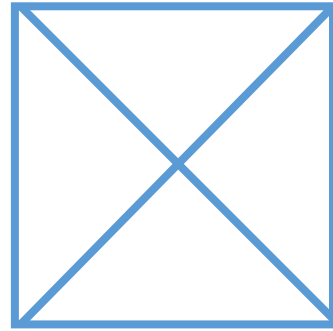
Un grafo conexo es un **grafo euleriano** si se pueden recorrer todas sus aristas una sola vez empezando y terminando en el mismo vértice.

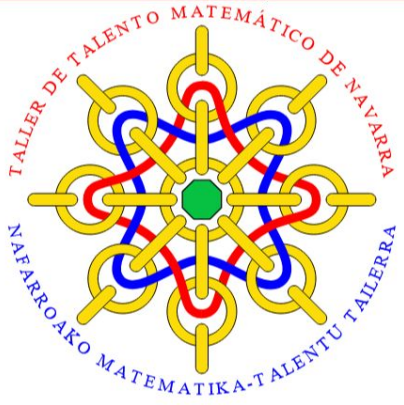
Un grafo conexo es **semieuleriano** si partiendo de un vértice inicial podemos recorrer todas sus aristas una sola vez y acabamos en un vértice distinto a la inicial.



Grafos eulerianos

¿Dibujar sin
levantar el lápiz y
sin repetir ningún
lado?





El que quiera saber más...

sergiomj@unizar.es